

СЕЙЛБЕКОВ БОЛАТ НАГАШБЕКОВИЧ

БӨЛШЕК РЕТТІ ИНТЕГРАЛДЫҚ ОПЕРАТОРЛАРДЫ САЛМАҚТЫ БАҒАЛАУ

6D060100-Математика мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін дайындалған диссертацияның АННОТАЦИЯСЫ

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Диссертациялық жұмыс Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторлардың салмақты бағалауларын алу шарттары мен мәселелеріне арналған.

Салмақты кеңістіктер теориясында Харди типтес бөлшек ретті интегралдық және дискреттік операторларының бағалануына сипаттама беру басты мәселелердің бірі болып табылады. Бұл операторлардың бағалануы гармоникалық талдауда, дифференциялық, айырымдық теңдеулер теориясында және де математиканың басқа салаларында қолданыстарының жиілеуіне байланысты салмақты Харди теңсіздігі қарала басталды. Бөлшек ретті интегралдық және дискреттік Харди типтес операторлар үшін олардың салмақты бағалаулары көп жағдайларда қарастырылған және оған қатысты математикалық әдебиеттерде көптеген кітаптар мен ғылыми еңбектер бар.

Өткен ғасырдың 60 жылдарынан бастап интегралдық, дискреттік Харди типтес операторларының екі салмақтан, екі параметрден тұратын жағдайларының салмақты бағалаулары көптеп зерттелінді. Кейінгі уақыттары Харди типтес операторларының үш салмақ және төрт параметрдің әртүрлі қатынасынан тұратын жағдайларының салмақты бағалауларына қызығушылықтар туындай бастады, мысалы Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторларының екі жақты бағалануы және компакттылығын алу мәселелері қарастырылуда.

Диссертациялық жұмыстың өзектілігі:

- логарифмдік ерекшеліктері бар бөлшек ретті интегралдық операторының шенелгендігі мен компакттылығы;
- жоғарғы және төменгі шектері функция болатын бөлшек ретті интегралдық операторларының екі жақты бағалаулары мен компакттылығы;
- үш салмақты және төрт параметрлі теңсіздіктердің салмақты бағалауларының қажетті және жеткілікті шарттарын қарастырылады.

Харди типтес интегралдық және дискреттік теңсіздіктерді және олардың әртүрлі жалпыланған түрлерін дүниежүзінің көптеген елдері зерттейді. Мысалы, Ресей, Швеция, Чехия, АҚШ, Хорватия, Италия, Норвегия, Қытай ғалымдары.

Қазақстанда Харди типтес теңсіздіктерін зерттеу М.Өтелбаев және Р.Ойнаровтың жұмыстарынан бастау алып, Қ.Мырзатаева, А.Қалыбай, А.М.Темирханова, А.М.Абылаева, М.Алдай еңбектерінде жалғасын тапты. Диссертация тақырыбы бойынша С.Х.Шалгинбаева, А.М.Темирханова, А.М.Абылаеваның диссертациялары қорғалды.

Жұмыстың мақсаты. Диссертацияның негізгі мақсаты логарифмдік ерекшелігі бар Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторының шенелгендігі мен компактылық критерийлерін алу, сонымен қатар әр түрлі параметрлері бар салмақты Лебег кеңістігіндегі жоғарғы және төменгі шектері функция болатын бөлшек ретті интегралдық операторының екі жақты бағалауы мен компактылығын алу.

Зерттеу объектісі. Салмақты Лебег кеңістігінде логарифмдік және α бойынша ерекшеліктері бар Харди типтес бөлшек ретті интегралдық операторы. Сонымен қатар жоғарғы және төменгі шегі функция болатын бөлшек ретті интегралдық операторларын және де үш салмақты, төрт параметрлі интегралдық теңсіздіктер.

Зерттеу әдісі. Диссертациялық жұмыста математикалық және функционалдық анализдің әдістерімен қатар тізбектерді бөліктерге бөлу әдісі «локализация әдісі» (the blocking technique) қолданылады. Дәлелдеу барысында түрлі классикалық теңсіздіктер, сонымен қатар салмақты Харди теңсіздіктері қолданылды.

Ғылыми жаңалығы. Алынған барлық нәтижелер жаңа. Олардың ішінде:

1. Салмақты Лебег кеңістігінде логарифмдік ерекшеліктері бар бөлшек ретті интегралдық операторының шенелгендігі мен компактылығы және де салмақ үшін қажетті және жеткілікті шарттары келесі параметрлері: $0 < \alpha < 1$, $\frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ және $\beta \geq 0$ бойынша алынған.

2. Салмақты Лебег кеңістігінде логарифмдік ерекшеліктері бар бөлшек ретті интегралдық операторының шенелгендігі мен компактылығы және де салмақ үшін қажетті және жеткілікті шарттары келесі параметрлері: $0 < \alpha < 1$, $0 < q < p < \infty$, $p > \frac{1}{\alpha}$ және $\beta \geq 0$ бойынша алынған.

3. Салмақты Лебег кеңістігінде жоғарғы шегі функция болатын бөлшек ретті интегралдық операторының шенелгендігі мен компактылық критерийлері келесі параметрлері: $0 < \alpha < 1$, $\frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$, $\beta \geq 0$ және $0 < \alpha < 1$, $0 < q < p < \infty$, $p > \frac{1}{\alpha}$, $\beta \geq 0$ бойынша алынған.

4. Салмақты Лебег кеңістігінде төменгі шегі функция болатын бөлшек ретті интегралдық операторының шенелгендігі мен компактылық критерийлері келесі параметрлері: $0 < \alpha < 1$, $\frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$, $\beta \leq 0$ және $0 < \alpha < 1$, $0 < q < p < \infty$, $p > \frac{1}{\alpha}$, $\beta \leq 0$ бойынша алынған.

Алынған нәтижелердің теориялық және практикалық құндылығы. Бұл зерттеу негізінен фундаментальді болып табылады, функционалдық анализ теориясы, оның ішінде дискретті Харди тәріздес теңсіздіктер теориясының дамуына және бисызықты дискретті Харди операторларын

бағалауға үлкен үлес қосады. Нәтижелер функционалдық анализде қолданылуы мүмкін.

Ізденушінің қосқан жеке үлесі. Диссертацияда ұсынылған зерттеу жұмыстары автордың тікелей қатысуымен орындалды. Логарифмдік ерекшелігі бар бөлшек ретті интегралдық операторының шенелгендігі мен компакттылығы және де жоғарғы, төменгі шегі функция болатын Харди типтес операторларының екі жақты бағалауы мен компакттылығы, яғни үш салмақты, төрт параметрлі сызықты теңсіздіктердің орындалуының критерийлері қарастырылды. Алынған нәтижелер ғылыми мақалалар және ғылыми баяндамалар түрінде жарияланды.

Алынған нәтижелерді апробациялау. Жұмыстың негізгі нәтижелері:

1. Математика және математикалық модельдеу институтының Дәстүрлі халықаралық ғылыми сәуір конференцияларында (Алматы 2019, 2020).

2. «Математика, механика және информатиканың теориялық және қолданбалы мәселелері» атты халықаралық конференциясында (Қарағанда, 2019).

3. Евразия математикалық журналының 10 жылдығына арналған (ЕМЖ-2019) «Анализдің, дифференциалдық теңдеулердің және алгебраның өзекті мәселелері» атты халықаралық конференциясында (Нұр-Сұлтан, 2019) баяндалды.

Диссертациялық жұмыстың жеке нәтижелері:

-2 рет «Функционалдық анализ және оның қолданылуы» атты ғылыми семинарында (семинар жетекшілері ҚР ҰҒА академиктері М. Өтелбаев және Р. Ойнаров, профессорлар Е.Д. Нұрсұлтанов, Қ.Н. Оспанов);

-2019 жылдың 26 қыркүйегі мен 26 желтоқсаны арасында докторанттың ғылыми тағлымдамасынан өту барысында Ресей Федерациясы, Башқұртстан Республикасы, Уфа қаласы, М. Акмулла атындағы Башқортостан мемлекеттік педагогикалық университеті, физика-математика факультеті «Математика және статистика» кафедрасының профессоры, ф.-м.ғ.д., РФ және БР Еңбек сіңірген Ғылым Қайраткері, Ғылым саласы бойынша БР Мемлекеттік сыйлықтың лауреаты Султанаев Яудат Талғатұлының жетекшілігімен өткізілетін «Спектральная теория дифференциальных операторов» ғылыми семинарларында баяндамалар жасалынды.

- бірнеше рет «Салмақты теңсіздіктер және олардың қолданыстары» атты ғылыми семинарында (семинар жетекшілері ҚР ҰҒА академигі Р. Ойнаров, қауымдастырылған профессорлар А.М. Темирханова, А.М. Абылаева, доцент М. Алдай) баяндама жасап, талқыланды.

Жарияланымдар. Диссертация тақырыбы бойынша 11 жұмыс, соның ішінде 1 мақала Scopus, Web of Science (Web of Science, Impact factor – 88%, 2022, Q1) мәліметтер базасында индекстелетін рейтингілі журналында, 3 мақала ҚР БҒМ Білім және ғылым саласындағы бақылау комитетімен ұсынылған тізімде кіретін ғылыми басылымдарда, 7 жарияланым халықаралық ғылыми конференциялар материалдарында, соның ішінде 1

жарияланым шетелдік халықаралық конференция материалында жарияланды.

Диссертацияның құрылымы және көлемі. Диссертациялық жұмыста тақырыптық бет, мазмұн, кіріспе, екі бөлім, қортынды және 58 атаудан тұратын сілтемелер тізімі бар. Диссертацияның жалпы көлемі 97 бет.

Бірінші тараудың екінші бөлімінде салмақты бағалауы орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары p, q, α, β параметрлерінің келесі жағдайлары үшін алынған:

a) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ және $\beta \geq 0$ (1.1 бөлім);

b) $0 < \alpha < 1, 0 < q < p < \infty, p > \frac{1}{\alpha}$ және $\beta \geq 0$ (1.2 бөлім);

c) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ және $\beta \geq 0$ (1.3 бөлім).

d) $0 < \alpha < 1, 0 < q < p < \infty, p > \frac{1}{\alpha}$ және $\beta \geq 0$ (1.2 бөлім).

Екінші тарауда жоғарғы және төменгі шегі функция болатын бөлшек ретті интегралдық операторының қажетті және жеткілікті шарттары p, q, α, β параметрлерінің келесі жағдайлары үшін алынған:

a) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ және $\beta \geq 0$ (2.1 бөлім);

б) $0 < \alpha < 1, 0 < q < p < \infty, p > \frac{1}{\alpha}$ және $\beta \geq 0$ (2.2 бөлім);

c) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ және $\beta \geq 0$ (2.3 бөлім);

a) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ және $\beta \leq 0$ (2.4 бөлім);

б) $0 < \alpha < 1, 0 < q < p < \infty, p > \frac{1}{\alpha}$ және $\beta \leq 0$ (2.5 бөлім);

c) $0 < \alpha < 1, \frac{1}{\alpha} < p < q < \infty$ және $\beta \leq 0$ (2.6 бөлім).

Қорытындыда алынған нәтижелерге қысқаша талдау жасалып, олардың қолданылу ортасы жайлы баяндалады. Диссертациялық жұмыс пайдаланылған әдебиеттер тізімімен аяқталады.